

# 4

## 電流連続モードの特性解析

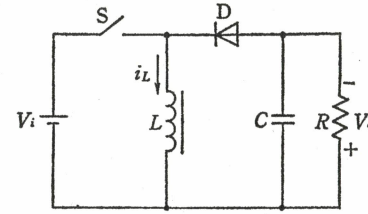
リアクトルを流れる電流がいかなる時刻においても零にならない動作を“リアクトル電流連続モード (continuous conduction mode: CCM)”と呼び、通常、PWM コンバータをこの動作モードで動作させている。本章では昇降圧形コンバータを例として、前章で述べた状態平均化法を用いて、電流連続モードにつき、静特性と動特性を解析する。

### 4.1 状態平均化方程式

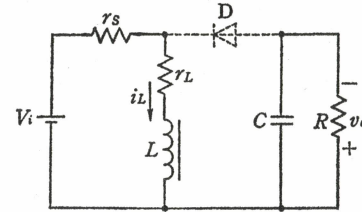
図 4.1 に昇降圧形コンバータの回路およびスイッチがオンのときとオフのときにおける等価回路を示す。ここで、 $r_s$ 、 $r_D$ 、 $r_L$  はそれぞれトランジスタスイッチのオン抵抗、ダイオードの順方向抵抗とリアクトルの損失抵抗を表している。ここでは、平滑コンデンサの等価直列抵抗を無視する。この場合、出力電圧は平滑コンデンサの電圧と一致し、出力方程式は不要となる。

スイッチがオンの期間〔状態Ⅰ, 図 (b)〕では、リアクトルが入力電圧により励磁され、リアクトル電流は上昇する。また、この期間に、コンデンサは負荷に放電し、コンデンサ電圧は降下する。スイッチがオフの期間〔状態Ⅱ, 図 (c)〕では、リアクトルの磁束が出力電圧でリセットされ、リアクトル電流は降下する。コンデンサはリアクトル電流と出力電流の差で充電され、コンデンサ電圧は上昇する。図 4.2 にスイッチの動作、リアクトル電流  $i_L$ 、スイッチの電流  $i_s$ 、スイッチの電圧  $v_s$ 、ダイオードの電流  $i_D$ 、コンデンサの電流  $i_C$  および出力電圧  $v_o$  の波形を示す。

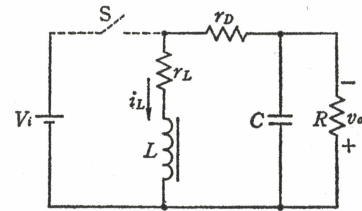
図 4.1 の等価回路に基づき、リアクトル電流  $i_L$  とコンデンサ電圧 (出力電



(a) 基本回路



(b) スイッチオン時の等価回路



(c) スイッチオフ時の等価回路

図 4.1 昇降圧形コンバータと等価回路

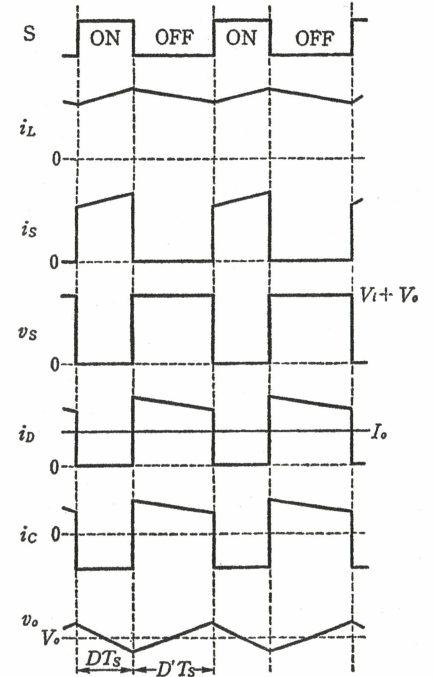


図 4.2 電流連続モードにおける昇降圧形コンバータの動作波形

圧)  $v_o$  に関し、キルヒホッフ電流法則と電圧法則を用いることにより、つぎの状態方程式が得られる。

状態Ⅰ (スイッチオン) に対し、

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= -\frac{r_L + r_s}{L} i_L + \frac{1}{L} V_i \\ \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{1}{RC} v_o \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

状態Ⅱ (スイッチオフ) に対し、

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= -\frac{r_L + r_D}{L} i_L - \frac{1}{L} v_o \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{RC} v_o \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

状態ベクトルを  $\mathbf{x}(t) = [i_L(t) \quad v_o(t)]^T$  とし、つぎの係数行列

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_S}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \\ \mathbf{b}_1 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{pmatrix} -\frac{r_L + r_D}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \\ \mathbf{b}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

を用いて式 (4.1), (4.2) を表すと、次式となる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b}_1 V_i \quad (\text{スイッチオン}) \quad (4.4)$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2 V_i \quad (\text{スイッチオフ}) \quad (4.5)$$

前章で述べた状態平均化法により、平均化状態ベクトル  $\bar{\mathbf{x}}(t) = [\bar{i}_L(t) \quad \bar{v}_o(t)]^T$  に対し、つぎの状態平均化方程式が得られる。

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}(t)}{dt} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b} V_i \quad (4.6)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \\ \mathbf{b} &= \begin{pmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \\ r &= Dr_S + D'r_D + r_L \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

## 4.2 コンバータの定常状態

定常状態では  $d\bar{\mathbf{x}}(t)/dt = 0$  とおくことにより、リアクトル電流と出力電圧はつぎのように求められる。

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_o \end{bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} V_i = \frac{D/D' V_i}{1 + Z_o/R} \begin{bmatrix} \frac{1}{D'R} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

ここで、 $Z_o$  はコンバータの内部抵抗であり、次式で示される。

$$Z_o = r/D'^2 \quad (4.9)$$

式 (4.8) において、内部損失を無視すれば、出力電圧は第2章で求めた昇降圧形コンバータの出力電圧と一致している。

また、式 (4.8) より、負荷電流  $I_o = V_o/R$  とリアクトル電流  $I_L$  はつぎの関係を持つことがわかる。

$$I_L = \frac{V_o}{D'R} = \frac{I_o}{D'} \quad (4.10)$$

このことは、スイッチがオフのときのみリアクトル電流が負荷側に流れることからわかる。

## 4.3 リプル率

つぎに、リアクトル電流、出力電圧および平滑コンデンサ電流のリプルを求める。これらの値は電源を設計する際、重要なパラメータとなり、特にコンデンサのリプル電流は平滑用の電解コンデンサの寿命に大きな影響を与える。

図 4.2 の波形より、スイッチオフ時の状態方程式 (4.2) を用い、リアクトル電流のリプルは次式から得られる。

$$\Delta i_L = D'T_S \left[ \frac{r_D + r_L}{L} i_L(DT_S) + \frac{1}{L} v_o(DT_S) \right] \quad (4.11)$$

リアクトル電流  $i_L$  とコンデンサ電圧  $v_o$  を式 (4.8) に示す定常値で近似すれ

52 4. 電流連続モードの特性解析

ば、リアクトル電流のリプル率は

$$\frac{\Delta i_L}{I_L} = \frac{D'^2 T_s R}{L} \left( 1 + \frac{r_D + r_L}{D' R} \right) \quad (4.12)$$

と得られる。同様に、スイッチオン時の状態方程式 (4.1) から、出力電圧のリプルは

$$\Delta v_o = DT_s \frac{V_o}{RC} \quad (4.13)$$

と求められ、リプル率は

$$\frac{\Delta v_o}{V_o} = \frac{DT_s}{RC} \quad (4.14)$$

となる。平滑コンデンサのリプル電流に関しては、図 4.2 の波形により、リアクトル電流の平均値で近似できる。したがって、式 (4.10) より

$$\Delta i_c = I_o / D' \quad (4.15)$$

となる。

4.4 コンバータの静特性のまとめ

降圧形・昇圧形コンバータについても、昇降圧形コンバータと同様な手順で静特性を解析することができ、定常状態、リプル率などが求められる。表 4.1 に降圧形、昇圧形および昇降圧形 DC-DC コンバータの静特性をまとめてある。

表 4.1 より、降圧形コンバータのほうが、出力電圧リプル率も平滑コンデンサのリプル電流も最も小さいことがわかり、大電力 (500 W 以上) 特に大電流出力電源に、降圧形コンバータまたはその絶縁方式、すなわちフォワードコンバータおよびプッシュプルコンバータがよく使われる。一方、昇圧形コンバータと昇降圧形コンバータでは、平滑コンデンサのリプル電流は負荷電流よりも大きく、大電力用電源に適しておらず、一般的には 100 W 以下の小容量電源に使われる。特に、昇降圧形コンバータの絶縁形回路、すなわちフライバックコンバータは回路部品の数が最も少ないため、小容量電源に適している。

表 4.1 電流連続モードでの PWM コンバータの静特性

回路方式	降圧形	昇圧形	昇降圧形
$M$	$D \frac{1}{1+Z_o/R}$	$\frac{1}{D'} \frac{1}{1+Z_o/R}$	$\frac{D}{D'} \frac{1}{1+Z_o/R}$
$r$	$Dr_s + D'r_D + r_L$	$Dr_s + D'r_D + r_L$	$Dr_s + D'r_D + r_L$
$Z_o$	$Dr_s + D'r_D + r_L$	$\frac{Dr_s + D'r_D + r_L}{D'^2}$	$\frac{Dr_s + D'r_D + r_L}{D'^2}$
$\frac{\Delta v_o}{V_o}$	$\frac{D'T_s^2}{8LC} \left( 1 + \frac{r_D + r_L}{R} \right)$	$\frac{DT_s}{RC}$	$\frac{DT_s}{RC}$
$\frac{\Delta i_L}{I_L}$	$\frac{D'T_s R}{L} \left( 1 + \frac{r_D + r_L}{R} \right)$	$\frac{DD'^2 T_s R}{L} \left( 1 + \frac{r_D - r_s}{D' R} \right)$	$\frac{D'^2 T_s R}{L} \left( 1 + \frac{r_D + r_L}{D' R} \right)$
$\Delta i_c$	$\frac{D'T_s I_o R}{L} \left( 1 + \frac{r_D + r_L}{R} \right)$	$\frac{I_o}{D'}$	$\frac{I_o}{D'}$

4.5 コンバータの動特性

つぎに、入力電圧、時比率および負荷抵抗に、微小変動を与えたときの小信号動特性を調べる。式 (4.3)、(4.7) から、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &= \frac{LC/D'^2}{(1 + Z_o/R)P(s)} \begin{pmatrix} s + \frac{1}{RC} & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & s + \frac{r}{L} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 &= \begin{pmatrix} -\frac{r_s - r_D}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial R} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R^2 C} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} P(s) &= 1 + 2\delta s/\omega_0 + (s/\omega_0)^2 \\ \delta &= \frac{1}{2D'R} \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{D'Z_o}{2}} \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \omega_0 &= \frac{D'}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + Z_o/R} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

以上の式を前章で求めた結果

$$\begin{aligned} \Delta X(s) &= (sI - A)^{-1} \left\{ b \Delta V_i(s) + [(A_1 - A_2)X + (b_1 - b_2)V_i] \Delta D(s) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial A}{\partial R} X \Delta R(s) \right\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

に代入すれば、各微小変動分に対するコンバータの伝達関数として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta X(s)}{\Delta V_i(s)} &= \frac{LC/D'^2}{(1 + Z_o/R)P(s)} \left( \begin{array}{c} (s + \frac{1}{RC}) \frac{D}{L} \\ \frac{DD'}{LC} \end{array} \right) \\ \frac{\Delta X(s)}{\Delta D(s)} &= \frac{LC/D'^2}{(1 + Z_o/R)P(s)} \left( \begin{array}{c} (s + \frac{1}{RC}) \frac{V_o}{DL} (1 + \frac{r_D + r_L}{D'R}) + \frac{V_o}{RLC} \\ \frac{D'}{D} \frac{V_o}{LC} (1 + \frac{r_D + r_L}{D'R}) - (s + \frac{r}{L}) \frac{V_o}{D'RC} \end{array} \right) \\ \frac{\Delta X(s)}{\Delta R(s)} &= \frac{LC/D'^2}{(1 + Z_o/R)P(s)} \left( \begin{array}{c} -\frac{D'V_o}{R^2LC} \\ (s + \frac{r}{L}) \frac{V_o}{R^2C} \end{array} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

が得られる。さらに、以上の結果を次式に示す形に整理できる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta X(s)}{\Delta V_i(s)} &= \frac{1}{P(s)} \left[ \begin{array}{c} G_{ivo} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{ivz}}\right) \\ G_{vvo} \end{array} \right] \\ \frac{\Delta X(s)}{\Delta D(s)} &= \frac{1}{P(s)} \left[ \begin{array}{c} G_{ido} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{idz}}\right) \\ G_{vdo} \cdot \left(1 - \frac{s}{\omega_{vdz}}\right) \end{array} \right] \\ \frac{\Delta X(s)}{\Delta R(s)} &= \frac{1}{P(s)} \left[ \begin{array}{c} -G_{iro} \\ G_{vro} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{vz}}\right) \end{array} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

降圧形・昇圧形 DC-DC コンバータに対しても、同様な方法で小信号動特性を求めることができ、式(4.20)に示すような形に統一できる。表4.2に降圧形、昇圧形および昇降圧形コンバータに対し、式(4.20)に示す伝達関数の各パラメータを与えている。

ここで、すべてのコンバータは2次系であり、昇圧形と昇降圧形コンバータ

表 4.2 電流連続モードでの PWM コンバータの動特性

回路方式	降 圧 形	昇 圧 形	昇 降 圧 形
$\delta$	$\frac{1}{2R} \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{Z_o}{2}} \sqrt{\frac{C}{L}}$	$\frac{1}{2D'R} \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{D'Z_o}{2}} \sqrt{\frac{C}{L}}$	$\frac{1}{2D'R} \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{D'Z_o}{2}} \sqrt{\frac{C}{L}}$
$\omega_0$	$\frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + Z_o/R}$	$\frac{D'}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + Z_o/R}$	$\frac{D'}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 + Z_o/R}$
$G_{vvo}$	$D \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{1}{D'} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{D}{D'} \frac{1}{1 + Z_o/R}$
$G_{vdo}$	$\frac{V_o}{D} \frac{1 + \frac{r_D + r_L}{R}}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{D'} \frac{1 - \frac{r_S + r_L}{D'R}}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{DD'} \frac{1 - \frac{Dr - D'(r_D + r_L)}{D'^2R}}{1 + Z_o/R}$
$\omega_{vdz}$	$\infty$	$\frac{D'^2R}{L} \left(1 - \frac{r_S + r_L}{D'R}\right)$	$\frac{D'^2R}{DL} \left(1 - \frac{Dr - D'(r_D + r_L)}{D'^2R}\right)$
$G_{vro}$	$\frac{Z_o V_o}{R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{Z_o V_o}{R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{Z_o V_o}{R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$
$\omega_{vz}$	$\frac{Z_o}{L}$	$\frac{D'^2 Z_o}{L}$	$\frac{D'^2 Z_o}{L}$
$G_{ivo}$	$\frac{D}{R} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{1}{D'^2 R} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{D}{D'^2 R} \frac{1}{1 + Z_o/R}$
$\omega_{ivz}$	$\frac{1}{RC}$	$\frac{1}{RC}$	$\frac{1}{RC}$
$G_{ido}$	$\frac{V_o}{DR} \frac{1 + \frac{r_D + r_L}{R}}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{D'^2 R} \frac{2 - \frac{r_S - r_D}{D'R}}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{DD'^2 R} \frac{1 + D + \frac{r_D + r_L}{D'R}}{1 + Z_o/R}$
$\omega_{idz}$	$\frac{1}{RC}$	$\frac{1}{RC} \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{r_S - r_D}{D'R}}\right)$	$\frac{1}{RC} \left(1 + \frac{D}{1 + \frac{r_D + r_L}{D'R}}\right)$
$G_{iro}$	$\frac{V_o}{R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{D'R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$	$\frac{V_o}{D'R^2} \frac{1}{1 + Z_o/R}$

の場合、時比率に対する出力電圧の伝達関数に関しては、 $s$ の右半平面に零点 $\omega_{vdz}$ を持つことがわかる。このことは、出力電圧変動を時比率に帰還するスイッチングレギュレータとしての動作に不安定を生じさせる原因となる。

### 4.6 レギュレーション特性

コンバータの出力電圧の微小変動に関しては、式(4.20)よりつぎの結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} G_{vo}(s) &\triangleq \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta V_i(s)} = \frac{G_{vvo}}{P(s)} \\ G_{vd}(s) &\triangleq \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta D(s)} = \frac{G_{vdo} \cdot (1 - s/\omega_{vdz})}{P(s)} \\ G_{vr}(s) &\triangleq \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta R(s)} = \frac{G_{vro} \cdot (1 + s/\omega_{vrz})}{P(s)} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

コンバータの出力電圧を検出し、基準電圧と比較し、その誤差を増幅し、時比率制御回路(PWM controller)を通してスイッチのオン・オフ期間を制御することによって、出力電圧の調整が図られる。そのレギュレーション機構を式(4.21)の伝達関数を用いてブロック線図で表すと図4.3のようにな

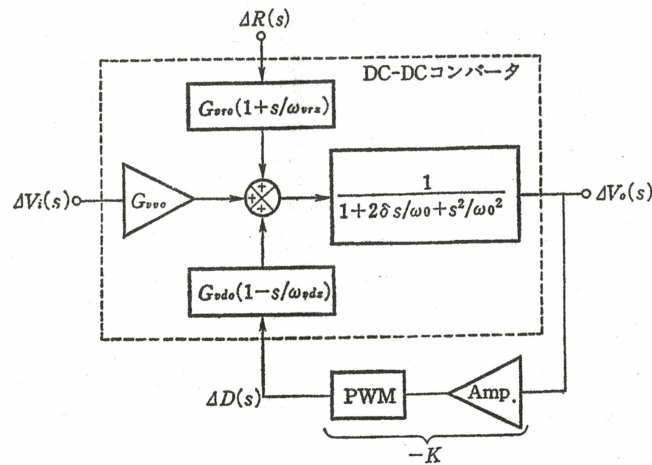


図 4.3 レギュレーション機構

る。ここで PWM 回路を含む帰還ループが利得  $K$  の理想増幅器で構成されると仮定すれば、

$$\Delta D(s) = -K \Delta V_o(s) \quad (4.22)$$

となり、出力電圧の微小変動としては、

$$\Delta V_o(s) = \frac{G_{vvo}(s)}{1 + KG_{vdo}(s)} \Delta V_i(s) + \frac{G_{vr}(s)}{1 + KG_{vdo}(s)} \Delta R(s) \quad (4.23)$$

と求められる。式(4.21)を用いると、上式は

$$\Delta V_o(s) = \frac{G_{vvo} \cdot \Delta V_i(s) + G_{vro} \cdot (1 + s/\omega_{vrz}) \cdot \Delta R(s)}{(1 + KG_{vdo}) \cdot [1 + 2\delta_f(s/\omega_{of}) + (s/\omega_{of})^2]} \quad (4.24)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \delta_f &= \frac{\delta - KG_{vdo}\omega_o / (2\omega_{vdz})}{\sqrt{1 + KG_{vdo}}} \\ \omega_{of} &= \omega_o \sqrt{1 + KG_{vdo}} \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

これがスイッチングコンバータのレギュレーション特性を表す基本式となる。

入力電圧と出力電流の変化に対し、出力電圧を一定に調整することは、スイッチングレギュレータの目的であり、入力電圧変動に対する出力の応答と定常偏差および負荷電流の変動に対する出力電圧の応答と垂下特性などを的確に表現する方法としては入出力特性(audio susceptibility)と出力インピーダンス(output impedance)が挙げられる。つぎに、帰還を施したときの入出力特性と出力インピーダンスを考える。

#### 4.6.1 入出力特性

式(4.24)から、入出力特性は

$$m(s) \triangleq \frac{\Delta V_o(s)}{\Delta V_i(s)} = \frac{G_{vvo}}{1 + KG_{vdo}} \cdot \frac{1}{[1 + 2\delta_f(s/\omega_{of}) + (s/\omega_{of})^2]} \quad (4.26)$$

と求められる。

上式において、 $s$ を $j\omega$ に置き換えれば、入力電圧に対する出力の周波数応答として、